



# РОЗВИТОК ПРИРОДНИЧИХ НАУК ЯК ОСНОВА НОВІТНІХ ДОСЯГНЕНЬ У МЕДИЦИНІ

## DEVELOPMENT OF NATURAL SCIENCES AS A BASIS OF NEW ACHIEVEMENTS IN MEDICINE



Чернівці  
19.06.24

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МІНІСТЕРСТВО ОХОРОНИ ЗДОРОВ'Я УКРАЇНИ  
БУКОВИНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ МЕДИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

# МАТЕРІАЛИ

IV науково-практичної інтернет-конференції



**РОЗВИТОК  
ПРИРОДНИЧИХ НАУК  
ЯК ОСНОВА НОВІТНІХ  
ДОСЯГНЕНЬ У  
МЕДИЦИНІ**

*м. Чернівці  
19 червня 2024 року*

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE  
MINISTRY OF HEALTH OF UKRAINE  
BUKOVINIAN STATE MEDICAL UNIVERSITY

# CONFERENCE PROCEEDINGS

**IV Scientific and Practical Internet Conference**



## **DEVELOPMENT OF NATURAL SCIENCES AS A BASIS OF NEW ACHIEVEMENTS IN MEDICINE**

*Chernivtsi, Ukraine*

*June 19, 2024*

УДК 5-027.1:61(063)

Р 64

Медицина є прикладом інтеграції багатьох наук. Наукові дослідження у сучасній медицині на основі досягнень фізики, хімії, біології, інформатики та інших наук відкривають нові можливості для вивчення процесів, які відбуваються в живих організмах, та вимагають якісних змін у підготовці медиків. Науково-практична інтернет-конференція «Розвиток природничих наук як основа новітніх досягнень у медицині» покликана змінювати свідомість людей, характер їхньої діяльності та стимулювати зміни у підготовці медичних кадрів. Вміле застосування сучасних природничо-наукових досягнень є запорукою подальшого розвитку медицини як галузі знань.

Конференція присвячена висвітленню нових теоретичних і прикладних результатів у галузі природничих наук та інформаційних технологій, що є важливими для розвитку медицини та стимулювання взаємодії між науковцями природничих та медичних наук.

**Голова програмного комітету**

**Ігор ГЕРУШ** ректор Буковинського державного медичного університету, професор

**Заступник голови програмного комітету**

**Володимир ФЕДІВ** завідувач кафедри біологічної фізики та медичної інформатики Буковинського державного медичного університету, професор, д.фіз.-мат.н

**Програмний комітет**

**Марія ІВАНЧУК** доцент закладу вищої освіти кафедри біологічної фізики та медичної інформатики Буковинського державного медичного університету, к.фіз.мат.н., доцент,

**Віктор КУЛЬЧИНСЬКИЙ** доцент закладу вищої освіти кафедри біологічної фізики та медичної інформатики Буковинського державного медичного університету, к.фіз.-мат.н.

**Олена ОЛАР** доцент закладу вищої освіти кафедри біологічної фізики та медичної інформатики Буковинського державного медичного університету, к.фіз.мат.н., доцент

**Розвиток природничих наук як основа новітніх досягнень у медицині:** матеріали IV науково-практичної інтернет-конференції, м. Чернівці, 19 червня 2024 р. / за ред. В. І. Федіва – Чернівці: БДМУ, 2024. – 311 с.

У збірнику подані матеріали науково-практичної інтернет-конференції «Розвиток природничих наук як основа новітніх досягнень у медицині». У статтях та тезах представлені результати теоретичних і експериментальних досліджень. Матеріали подаються в авторській редакції. Відповідальність за достовірність інформації, правильність фактів, цитат та посилань несуть автори.

Для наукових та науково-педагогічних співробітників, викладачів закладів вищої освіти, аспірантів та студентів.

*Рекомендовано до друку Вченою Радою Буковинського державного медичного університету (Протокол №15 від 25.06.2024 р.)*

Комп'ютерна верстка Марія ІВАНЧУК

ISBN 978 617 5190 92-0



# ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОЗИТРОННОЇ ЕМІСІЙНОЇ ТОМОГРАФІЇ: ГРАНИЦІ ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМУЛИ $E = mc^2$ В СПЕЦІАЛЬНІЙ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ ТА ХИБНІСТЬ ПОНЯТТЯ РЕЛЯТИВІСТСЬКОЇ МАСИ, ЯКА ЗАЛЕЖИТЬ ВІД ШВИДКОСТІ

Чалий О.В.

Національний медичний університет імені О.О. Богомольця, Київ, Україна

[avchalyi7@gmail.com](mailto:avchalyi7@gmail.com)

**Анотація:** Дана стаття присвячена викладанню актуальної наукової та навчально-методичної проблеми дисципліни «Медична та біологічна фізика» (зокрема, діагностичного методу позитронної емісійної томографії). Її мета стосується з'ясування границь використання знаменитої формули Ейнштейна  $E=mc^2$  спеціальної теорії відносності (СТВ) і обговорення питання щодо хибності поняття релятивістської маси, яка залежить від швидкості руху тіла. Для досягнення цієї мети була використана більш загальна формула СТВ, яка визначає зв'язок між енергією  $E$ , масою  $m$  та імпульсом  $\vec{P}$ , а також перетворення Лоренця для 4-вимірного вектора енергії-імпульсу. Важливими наслідками застосування такого послідовного підходу є наступні результати: 1) формула Ейнштейна  $E=mc^2$  виявляється справедливою лише для стану спокою тіла і характеризує лише еквівалентність енергії спокою і маси спокою тіла; 2) іншої маси, окрім маси спокою тіла, не існує, тобто не існує в тому числі й релятивістської маси в СТВ, яка залежить від швидкості руху тіла.

**Ключові слова:** формула Ейнштейна еквівалентності енергії спокою та маси спокою; загальна формула для енергії та маси з урахуванням імпульсу тіла; перетворення Лоренця; хибність поняття релятивістської маси, що залежить від швидкості.

«Фізика – це закон, а все інше це рекомендації»

Ілон Маск (Lex Fridman Podcast, 9 Nov 2023)

## 1. Вступ

Якось нещодавно один із найкреативніших людей сучасності Ілон Маск сказав ті слова, які обрані в якості епіграфа до цієї статті. Розуміння основних законів природи може змінюватися з часом у зв'язку з прогресом наукових досліджень. В цій публікації, яка носить скоріше за все навчально-методичний характер, мова йтиметься про знамениту формулу Альберта Ейнштейна



$$E=mc^2, \quad (1)$$

де  $E$  – енергія тіла, що має масу  $m$ , а  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

Формула (1) представляє собою по суті закон еквівалентності енергії та маси в спеціальній теорії відносності (СТВ). Зрозуміло, що правильне розуміння цього закону є принциповим не тільки в методичному аспекті для викладачів медичної фізики. Через популярність формули (1), її правильне розуміння є важливим, на мою думку, і для значно ширшого кола людей, починаючи від студентів (у тому числі медичних закладів освіти) та закінчуючи всіма тими, хто цікавиться сучасними досягненнями фізики. Зокрема, цікавиться такою проблемою як закон збереження маси в одному з сучасних методів медичної діагностики, яким є позитронна емісійна томографія (ПЕТ) (див., наприклад, підручник [1]).

Зупинимося коротко на історії появи формули (1). Вперше формулювання закону еквівалентності енергії та маси з'являється в короткій статті Альберта Ейнштейна «Чи залежить інерція тіла від енергії, що міститься в ньому?», яка була надрукована в німецькому науковому журналі «Annalen der Physik» у 1905 році [2]. Цікаво підкреслити, що сама формула (1) була відсутня в цій статті Альберта Ейнштейна, але її формулювання було представлено безпосередньо такими словами, які були повністю еквівалентними формулі (1) (в українському перекладі та зі збереженням позначень, котрі були використані в цій статті):

*«Маса тіла є міра енергії, яка міститься в ньому; якщо енергія змінюється на величину  $L$ , то маса змінюється відповідно на величину  $L / 9 \cdot 10^{20}$ , причому тут енергія вимірюється в ергах, а маса – в грамах».*

Зрозуміло, що мова в статті Ейнштейна [2] йде про використання системи одиниць СГСЕ, тобто системи, в якій в якості одиниць довжини, маси, часу та енергії обираються відповідно сантиметр, грам, секунда та ерг. Нагадаємо, що в системі СГСЕ швидкість світла у вакуумі дорівнює  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/с, а між одиницями енергії в системах СГСЕ та СІ існує такий зв'язок: 1 ерг =  $10^{-7}$  Джоуля, оскільки одиниці сили в цих системах (1 діна в системі СГСЕ та 1 Ньютон в системі СІ) пов'язані між собою таким співвідношенням: 1 діна =  $10^{-5}$  Н.

## **2. Перетворення Лоренця для 4-вимірної системи координат і часу, а також для 4-вимірного вектора імпульсу і енергії**

Як відомо, в основі СТВ лежать наступні формули перетворень Г.А. Лоренця [3] для координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  і часу  $t$  при переході від однієї інерціальної системи до іншої інерціальної системи, яка рухається з постійною швидкістю  $V$  відносно першої системи вздовж  $x$ -осі:



$$x \rightarrow \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad (2)$$

$$y \leftarrow y' \quad (3)$$

$$z \rightarrow z', \quad (4)$$

$$t \rightarrow \frac{t' + (V/c^2)x'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (5)$$

Тут формули (2) – (5) перетворень Лоренця записані в позначеннях, які були використані в класичних підручниках з теоретичної фізики Ландау і Ліфшиця [4, 5]. Зауважимо, що саме Лоренц разом з Фітцджеральдом отримали формулу для скорочення довжини під час руху тіла зі швидкістю  $V \rightarrow c$ .

Наступним важливим кроком в СТВ виявилось використання Ейнштейном в статті [6] перетворень Лоренця для наступного запису 4-вимірного вектора енергії-імпульсу у повній відповідності до формул (2)-(5):

$$p_x \rightarrow \frac{p'_x + (V/c^2)E'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad (6)$$

$$p_y \rightarrow p'_y, \quad (7)$$

$$p_z \rightarrow p'_z, \quad (8)$$

$$E \rightarrow \frac{E' + Vp'_x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (9)$$

Таким чином, перетворення компонентів імпульсу еквівалентно перетворенню просторових координат, а перетворення енергії еквівалентно перетворенню часу.

### 3. Формула зв'язку між енергією, масою та імпульсом тіла, яке рухається зі швидкістю $v$

В цьому параграфі мова йтиметься про, на мою думку, найважливішу формулу теорії відносності, яка описує зв'язок між енергією  $E$ , масою  $m$  та імпульсом  $\vec{p}$  тіла, яке рухається зі швидкістю  $v$ . Ця формула має наступний вигляд:

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2 \quad (10)$$

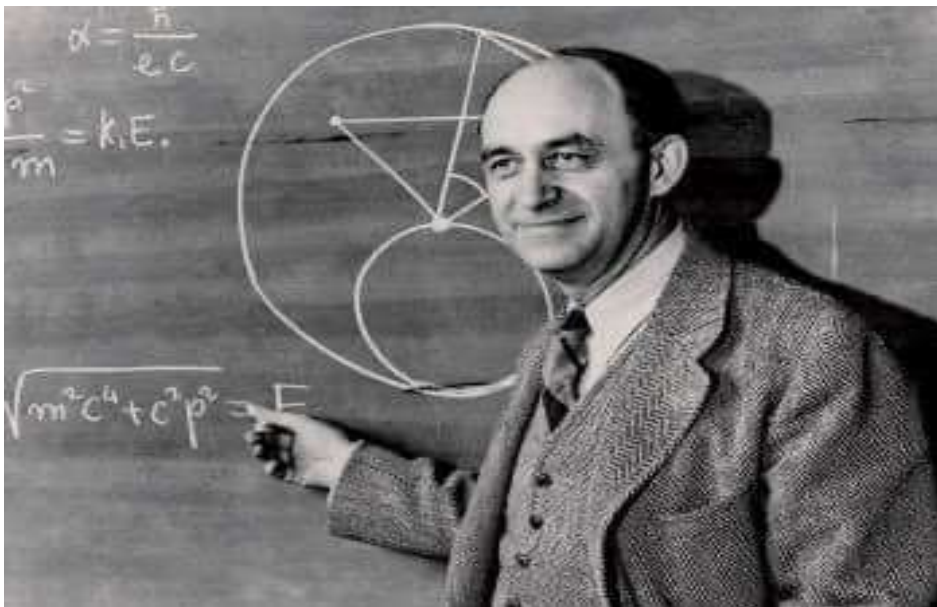


Виведення цієї формули можна знайти, наприклад, в підручниках Ландау і Ліфшиця [4, 5]. Слід зазначити, що Альберт Ейнштейн у своїх працях про зв'язок енергії та маси не використовував формулу (10) (див. оглядову статтю [7] і відповідні посилання в ній).

Дуже виразною, на погляд автора цієї статті, є наведена нижче фотографія: На цій фотографії великий італійський фізик Енріко Фермі (1901-1954), лауреат Нобелівської премії з фізики за 1938 рік, вказує саме на визначну формулу (10) спеціальної теорії відносності. Зазначена формула, без всякого сумніву, є важливішою за широко відому формулу Ейнштейна (1) спеціальної теорії відносності  $E=mc^2$  для зв'язку енергії та маси. Очевидною причиною справедливості такого твердження є той факт, що формула (1) є частинним випадком як формули (10), так і тотожної до (10) формули, яка написана на дошці. Дійсно, формула Ейнштейна (1) отримується з формули (10) тільки за умови, що імпульс тіла  $\vec{p} = 0$ , тобто швидкість руху тіла  $\vec{v} = 0$ .

Іншими словами, це означає, що **знаменита формула Альберта Ейнштейна  $E=mc^2$  характеризує зв'язок лише енергії спокою тіла і маси спокою  $m$** . За відсутності стану спокою зв'язок енергії, маси та імпульсу тіла, що рухається, описується не виразом (1), а більш загальною (і єдино правильною для тіла, що рухається) формулою (10).

На закінчення цього параграфа слід підкреслити, що зазначені вище висновки були сформульовані в [7], де вказані також більш ранні посилання. Надалі цій темі була присвячена детальна оглядова стаття [8], а також публікації [9, 10].



*Фотографія лауреата Нобелівської премії з фізики Енріко Фермі, який підкреслює роль формули (10) для зв'язку енергії, маси та імпульсу, котра в стані спокою дає формулу (1).*



#### 4. Хибність поняття релятивістської маси тіла, яка залежить від швидкості

В цьому параграфі з використанням результатів, які містяться в підручниках Ландау і Ліфшиця для отримання формули (10), виявиться, що ніякої іншої маси, крім маси спокою, не існує. Зокрема, *не існує так званої релятивістської маси, яка залежить від швидкості руху тіла.*

Для доведення цих тверджень скористуємося наступним зв'язком енергії  $E$  тіла, що рухається, з функцією Лагранжа  $L$  та векторами імпульсу  $\vec{p}$  і швидкості  $\vec{v}$  цього тіла [4, 5]:

$$E = \vec{p}\vec{v} - L. \quad (11)$$

Далі підставимо в формулу (11) відомі вирази для функції Лагранжа

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad (12)$$

та імпульсу  $\vec{p}$  тіла

$$\vec{p} = m\vec{v} / \sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad (13)$$

В результаті отримуємо наступний вираз для повної енергії  $E$  тіла в теорії відносності, яке рухається зі швидкістю  $\vec{v}$ :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (14)$$

З формули (14) ще раз випливає, що формула (1) відповідає лише стану спокою, коли швидкість руху тіла обертається в нуль ( $\vec{v} = 0$ ).

Виконуючи деякі прості алгебраїчні перетворення в формулах (13) і (14), отримуємо шукану формулу (10) для зв'язку енергії, маси та імпульсу, яку можна переписати в такій еквівалентній формі:

$$m^2 = \frac{E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2} \quad (15)$$

Легко перевірити, що підстановка в (15) формул (13) і (14) для імпульсу та енергії не приводить до появи наступної формули для релятивістської маси  $m_p$ , яка залежить від швидкості:

$$m_p = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (16)$$

а приводить до тотожності для величини  $m^2$  в правій і лівій частині формули (15), що означає незмінність маси спокою.



Хибність поняття релятивістської маси, яка визначається формулою (16), пов'язана з штучним прийомом об'єднання в частку маси спокою  $m$  та величини  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  у формулі (14) для повної енергії  $E$  тіла. Для об'єднання цих різних величин в одну формулу (14) повністю відсутні які-небудь розумні підстави. Маса спокою  $m$  природним чином з'являється у формулах для енергії та імпульсу, тоді як множник  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  є прямим наслідком перетворень Лоренця у формулах (2), (5), (6), (9), (13) і (14). Зауважимо, що обидві частини формули (15) повністю задовольняють вимогам лоренц-інваріантності, тобто залишаються незмінними при перетвореннях Лоренця внаслідок переходу від одної інерціальної системи до іншої. Формула (16) для релятивістської маси  $m_p$  навпаки суперечить вимогам лоренц-інваріантності, оскільки вона безпідставно демонструє зміну маси при переході від одної інерціальної системи до іншої. Незмінність маси спокою при перетвореннях Лоренця означає, що ця маса є скалярним інваріантом, Тому ніякої іншої маси, ніж маса спокою, не повинно існувати в теорії відносності.

## 5. Висновки

Підводячи підсумок розглянутої проблеми границь застосування знаменитої формули Ейнштейна  $E=mc^2$ , слід зазначити, що ця формула є справедливою лише для стану спокою, як зв'язок між енергією спокою і масою спокою тіла. Для тих тіл, які не знаходяться в спокої, зв'язок між енергією та масою задається більш загальною формулою (10) або (15) з урахуванням відмінного від нуля імпульсу тіла.

Поняття релятивістської маси, яка залежить від швидкості у відповідності до формули (16), є хибним. Досить розповсюджена помилка у використанні формули (16) для релятивістської маси обумовлена довільним і штучним об'єднанням маси спокою  $m$  та величини  $\sqrt{1-v^2/c^2}$ . Таке об'єднання повністю протирічить вимогам лоренц-інваріантності, тобто незмінності маси спокою при перетвореннях Лоренця, які послідовно описують перехід від одної інерціальної системи до іншої в теорії відносності.

Якщо у когось ще залишаються сумніви відносно хибності поняття релятивістської маси, яка залежить від швидкості за формулою (16), то спробуйте відповісти на запитання: «Яким повинен бути механізм суттєвого збільшення кількості нуклонів в ядрах атомів і молекул в тілах, які рухаються у вакуумі з великими швидкостями?» Як вам подобається така відповідь: «Тільки алхімія!»

Ніколи не пізно змінювати свою точку зору на підставі нових знань. Зокрема у фізиці, яка є живою наукою, що розвивається. У цьому сенсі я відверто визнати і зміну свого ставлення до цієї проблеми за останні приблизно 15-20 років.

## Список використаних джерел



1. О.В.Чалий, Я.В.Цехмістер, Б.Т.Агапов, А.В.Меленевська, М.І.Мурашко, Н.Ф. Радченко, Н.В. Стучинська. *Медична і біологічна фізика*. За ред. проф. Чалого О.В. Київ, Книга плюс, 2005. O.V.Chalyi, Y.V.Tsekhmister, B.T.Agapov, A.V.Melenevskaya, M.I.Murashko, N.F.Radchenko, N.V.Stuchynska. *Medical and Biological Physics*. Edited by Prof. A.V.Chalyi, Kyiv, Knyga plus, 2005.
2. A. Einstein. Ist die Tragheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? *Ann. Phys.*, 18, 639-641, 1905.
3. Г.А. Лоренц, А. Пуанкаре, А. Ейнштейн, Г. Минковський. *Принцип відносності: Збірник праць класиків релятивізму*, 1935. H.A.Lorentz, H.Poincare, A.Einstein, H.Minkowski. *The Principle of Relativity: Collection of Work of Classics of Relativism*, 1935.
4. L.D. Landau and E.M. Lifshits. *The Classical Theory of Fields*. Oxford, Pergamon Press, 1971.
5. L.D. Landau and E.M. Lifshits. *Mechanics*. Oxford, Pergamon Press, 1976.
6. A. Einstein Lecture notes for course on relativity at the University of Berlin, winter semester 1914/1915. *The collected papers of Albert Einstein*. Princeton, NJ: Princeton Univ.Press, 1987.
7. L. Okun. The concept of mass. *Physics Today* 42, 31, 1989.
8. A.M. Gabovych, N. Gabovych. How to explain the non-zero mass of electromagnetic radiation consisting of zero-mass photons. *European Journal of Physics* 28, 649, 2007.
9. О.В. Чалий, Н.Л. Гриценко. Історичний розвиток поняття маси у фізичних теоріях XVII-XXI ст. 1. Класична механіка і теорія відносності. *Фізика та астрономія в сучасній школі* 3, 43, 2012. A.V. Chalyi, N.L. Grytsenko. Historical development of the concept of mass in physical theories of the XVII-XXI centuries. 1. Classical mechanics and the theory of relativity. *Physics and astronomy at modern school*, 3, 43, 2012.
10. О.В. Чалий, Н.Л. Гриценко. Історичний розвиток поняття маси у фізичних теоріях XVII-XXI ст. 2. Закон збереження маси в процесі електрон-позитронної анігіляції та медичний діагностичний метод ПЕТ. *Фізика та астрономія в сучасній школі* 6, 43, 2012. A.V. Chalyi, N.L. Grytsenko. Historical development of the concept of mass in physical theories of the XVII-XXI centuries. 2. The law of mass conservation in the process of electron-positron annihilation and in the PET diagnostic method. *Physics and astronomy at modern school*, 6, 43, 2012.

## **ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОЗИТРОННОЇ ЕМІСІЙНОЇ ТОМОГРАФІЇ: ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МАСИ ДЛЯ 2-ФОТОННОГО КОМПЛЕКСУ**

**Чалий О.В., Гриценко Н., Марголич І.Ф., Криштопа А.О.**

*Національний медичний університет імені О.О. Богомольця, Київ*

[avchalyi7@gmail.com](mailto:avchalyi7@gmail.com), [nataly812305@gmail.com](mailto:nataly812305@gmail.com), [ryna.margolych@gmail.com](mailto:ryna.margolych@gmail.com),

[alla335578@gmail.com](mailto:alla335578@gmail.com)

**Анотація:** Ця стаття присвячена дослідженню нетривіальної проблеми збереження маси в сучасному діагностичному методі позитронної емісійної томографії (ПЕТ). Фізична основа цього методу полягає в процесі анігіляції електронно-позитронної пари з утворенням двох гамма-квантів (фотонів), які розлітаються під кутом 180 градусів внаслідок закону збереження